

1.1.2 חישוב היחס בין רוחב קורה (קוטר) והיקפה, קירוב לערך פאי Π
קירוב מתוך הפסוק שמות תרומה כז"ח: אַרְךְּ הַחֵצֵר מֵאָה בְּאַמָּה ... וְקָמָה
אַרְךְּ הַחֵצֵר מֵאָה בְּאַמָּה וְרִחְבוֹ חֲמִשִּׁים בְּחֲמִשִּׁים וְקָמָה חֲמִשׁ אַמּוֹת שָׁשׁ מִשְׁנָר
וְאֲדָנֵיהֶם נְחֹשֶׁת :

The calculation of the Ratio between the width (the diameter) of a column and its circumference, an approximation to the value of Π .

The title is in the order of the wording of the Jewish Oral Law and mathematically means the inverse of the approximation to the value of Π .

An approximation derived from the Torah Book of Shemot - Exodus weekly portion Trumah, Ch. 27, verse 18. The following is the English Translation JPS 1917 Edition, (ZZF additions and translation is placed in brackets)

18 The length of the court (of the Desert Tabernacle) **shall be a hundred cubits, and the breadth fifty by fifty** (meaning also at the distance of fifty cubits from the eastern edge of the court), **and the height five cubits, of fine twined linen** (of curtains platted from cords, each cord comprised of six linen threads), **and their sockets** (the pedestals to mount the fence poles) **of brass** (copper).

בית הסאה המערבי של חצר המשכן הוא רבוע של חמשים אמה על חמשים אמה. ברבוע זה יש מעגל חסום שקוטרו חמשים אמה.² מוצעת הבנה לא שגרתית לטעמי המקרא של הפסוק. מונח תרסא (עיגול וקו מימין לשמאל) קדמא ואזלא מונח פסק מונח רביע. (מונח תרסא) - הנח מעגל חסום בתוך (מונח פסק מונח רביע) - חצי חצר משכן שהוא ריבוע כגון החצר המערבית ומידות מעגל זה ילכו (קדמא ואזלא) לפי השיעורים הכתובים בפסוק מאה באמה ועוד חמשים ועוד חמש ועוד היחס בין גימטריות הַחֵצֵר תרסא, וְקָמָה תביר, מבנה טעמים שמרמוז על אפשרות של יחסים חשבוניים ביניהם.

The Tabernacle court comprised two fifty by fifty cubits squares³, an eastern yard and a western yard. Such a square bounds a circle whose diameter is fifty cubits. At the centre of the western square stood the Ark of the Covenant, a rectangular shape box, whose diagonals met above the centre of the bounded circle. A Jewish Law use of such a circle is found e.g. in tractise Baba Batra Ch.2 Mishna 7 stating to distance a tree at least 25 cubits (radius equal to half of the 50 cubits diameter) from a stone wall or pit or house to avoid roots' damage.

An unusual understanding of the cantillations pattern of the verse is proposed.

אֲרָךְ הַחֵצֵר The length of the court (Munach – straight angle symbol, Tarsa – circle shape symbol)

place a bounded circle within

וְרִחְבוֹ חֲמִשִּׁים the western half courtyard starting at the distance of fifty cubits from the eastern edge of the court (Munach Pasek – the perpendicular line symbol in mid-script indicating the half of the courtyard)

that its dimensions are fifty by fifty, חֲמִשִּׁים בְּחֲמִשִּׁים, Munach Ravi'a – four sides diamond shape.

The circumference of the bounded circle is calculated in the manner indicated by the cantillation pattern of the script מֵאָה בְּאַמָּה the cantillation symbols are Kadma veAzla – Kadma meaning at the beginning take hundred, veAzla meaning and go on as follows:

(a) by adding the numbers in the sentence representing distances: length hundred cubits and breadth fifty, and the height of the curtain being five cubits, that Rabbi Yossi expounds to mean also that the length of each curtain section was five cubits. $100 + 50 + 5 = 155$ cubits. Let's notice that one fifty figure remains so far unused.

$$\text{קירוב לערך פאי } \Pi \text{ לפי הלוח המתמטי} = 3.141592654$$

היקף המעגל החסום בקירוב פאי Π הנ"ל שווה $3.141592654 * 50 = 157.0796327 = 150 + 5 + 2.0796327$ אמה בקירוב. המספרים 100 ו-50 ו-5 נמצאים בבירור בפסוק. 100 ו-50 הן מידות מרחק, רבי יוסי דורש מקומת קלע כי גם אורכה של יריעת קלע הוא חמש. לכן לפנינו שלש מידות אורך המצטרפות ביחד לחישוב היקף. את הקירוב לערך 2.0796 נחשב כך: הַחֵצֵר תרסא, וְקָמָה תביר, מבנה טעמים שמרמוז על אפשרות של יחסים חשבוניים ביניהם.

$$\text{הַחֵצֵר גי' } 303, \text{ וְקָמָה גי' } 151, \text{ היחס ביניהם } 303 / 151 = 2.006622517$$

לפי חישוב זה היקף המעגל החסום שווה 157.006622517 אמה.

$$\text{הקירוב לערך פאי } \Pi \text{ יחושב ע"י היחס } 3.14013245 = 157.006622517 / 50$$

(b) by calculating the remaining residue as follows:

² נקודת המפגש של אלכסוני הדופן התחתונה של ארון הברית, היתה מעל מרכז המעגל החסום בבית הסאה המערבי של חצר המשכן.

שימוש הלכתי למעגל זה נמצא במשנה ב"ב פ"ב מ"ז ו-א"א מרחיקין את האילן 25 אמה וגו'

³ A fifty by fifty cubits yards, is an area to sow barley grain held in a volume of one seah (about 8.5 litre).

The mathematical tables and computer used approximation to the value of Phi is equal to 3.141592654 ...
The bounded circle circumference of a fifty cubits diameter is calculated to equal

$$50 * 3.141592654 = 157.0796327 = 100 + 50 + 5 + 2.0796327$$

The values 100 + 50 + 5 = 155 are present in the sentence. We need an approximation to the value of 2.0796327 . The following approximation method is one of the findings of the research of the cantillation symbols patterns functionalities beyond their functions of verse division syntax, word stress syllable and musical notes. As with all other patterns in certain places the functionality is active and the result of the functionality is understood, while in other places the meaning is hidden and in the meantime we refer to it as inactive.

The cantillation symbol of the word **הַחֲצַר** (the court) is Tarsa (Tlisha-Ktana in the Ashkenazi naming system). One of the Tarsa and the Talsha (Tlisha-Ktana and Tlisha-Gedola) cantillation symbols functionalities is an indication of Jewish Oral Law measures (limited quantities) that are not written in the Torah but are expounded by the Sages .

The cantillation symbol of the word **יְקָמָה** (the curtains height) is Tvir (from the catalogued samples we prefer here the meaning of a divider – denominator).

The research discovered that the presence of Tarsa and Tvir in a verse, particularly within half verse, indicates the possibility of performing a mathematical calculation between the words enmarked with the symbols and sometimes also other words in the verse.

Mathematical calculations are performed by using numerical values associated with each letter of the Hebrew alphabet. This is called Gimetria (a kind of an equivalent of the Greek language Geometry).

The Gimetrical value of the word **הַחֲצַר** is 303.

The Gimetrical value of the word **יְקָמָה** is 151.

The Ratio between the two words approximates to $2.006622517 = 303 / 151$

Therefore the bounded circle circumference approximates to $100+50+5+2.006622517 = 157.006622517$

For the approximation to the value of Π we will employ the unused so far fifty figure in the verse.

We arrive at the Π approximation from the circle circumference: $157.006622517 / 50 = 3.14013245$

The word **יְקָמָה** (the curtains height) starts with the letter Waw used here as a *conjoin* (equivalent of the English word "and"). Following the Temple water vessel Π approximation (see elsewhere in the paper) without the conjoining Waw the recalculated ratio is $303 / 145 = 2.089655172$ and the Π approximation is = $157.089655172 / 50 = 3.141793103$.

The only further improvement of the Π approximation was achieved by dropping the last letter of the word **יְקָמָה** imitating the Temple water vessel as if there is a written version and a read out version of the word, the ratio is $303 / 146 = 2.075342466$ and the Π approximation is = $157.075342466 / 50 = 3.141506849$

Comparison of Bible based approximations to the value of Π .

The writer knows of only one approximation to the value of Π attributed to the Gaon of Vilna or to Rav Munk based upon **Kings A Ch.7, Verse 23**(English Translation JPS 1917 Edition, **And he made the molten sea of ten cubits from brim to brim, round in compass, and the height thereof was five cubits; and a line of thirty cubits did compass it round about.**

King Salomon made a water container for the Temple, its top being a circle of a ten cubits diameter (**from brim to brim**) and its circumference (**line ... compass it round**) was thirty cubits. The Sages of the Jewish Oral Law discuss the shape and volume of this vessel and remark that the ratio 30 / 10 is an inaccurate rule of thumb and that the real ratio is greater than 3.

The approximation to the value of Π exploits the Gimetric difference between the written (herein shaded) and the read versions of a single word **יְקָמָה** (line of the circumference) in the verse. In addition it drops from the calculation the first letter Waw used here as a *conjoin* (equivalent of the English word "and").

נְשׂוּהָ זֹאת לְחִישׁוּב עֶרֶךְ פֶּאִי Π מִים שֶׁל שְׁלֹמֹה, הַמְיוּחָס לְגֵר"א או לְרֵב מוֹנֵק.
מַלְכִים א ז, כג: וַיַּעַשׂ אֶת-הַיָּם מוֹצֵק עֵשֶׂר בְּאַמָּה מִשְׁפָּתוֹ עַד-שְׁפָתוֹ עָגֹל וְסָבִיב וְחָמַשׁ בְּאַמָּה קוּמָתוֹ יְקָמָה וְקָו
שְׁלֹשִׁים בְּאַמָּה יָסַב אֹתוֹ סָבִיב:

$$1.047169811 = 111 / 106 \text{ קוה ו-קו } \\ 31.41509434 = 30 * 1.047169811 \text{ בפסוק } \\ 3.141509434 = 31.41509434 / 10 \text{ אמה קוטר ים שלמה המוזכר בפסוק } 10$$

ב"ה טוב טעם ודעת למדני (טטור"ל) כי במצוותך האמנתי – תהלים קי"ט, שם: טעמי המקרא בהלכה ובאגדה
 חלוקת הפסוקים, חלוקת דביו חז"ל והחסברים שחלקן מסומנים טטור"ל/טט הם בגודל השערות ע"פ ספירת דרכי לימוד הנראים עקביים במקראות שונים. שמות דרכי הלימוד בהשאלה בלבד מ"ג ול"ב ועוד מידות.
 טעם, טעמי המקרא, הלכה, מדרש, תבנית, צופן
 Keywords: Cantillation, Biblical Accentuation, Trop, Jewish Law, Exegesis, Pattern, Code

The Gimetrical value of the written version word **קָוָה** without the Waw is 111.
 The Gimetrical value of the read version word **קְוָה** without the Waw is 106.
 The Ratio between the two words approximates to $111 / 106 = 1.047169811$
 This value multiplied by stated circumference of 30 cubits results in $1.047169811 * 30 = 31.41509434$
 This result is divided by the stated diameter of 10 cubits yields
 the Π approximation equals $31.41509434 / 10 = 3.141509434$
 For full comparison to the Tabernacle court based Π approximation, a calculation of the water vessel with
 the conjoining Waw starts with the ratio $117 / 112$ and yields a Π approximation = 3.133928571

$3.133928571 = \Pi$ בחישוב לפי ים של שלמה השמשו וא"ו החיבור בקריא ובכתיב. אם הם נשארים אז הקירוב לערך פאי Π
 אם נשמיט וא"ו החיבור מגימטריית מילת **קְוָה** (**קָוָה**) = $151 - 6 = 145$ נקבל יחס $303 / 145 = 2.089655172$
 ואז קירוב לערך פאי $\Pi = 157.089655172 / 50 = 3.141793103$
 אם נשמיט ה"א הסוגרת מגימטריית מילת **קְוָה** (**קָוָה**) = $151 - 5 = 146$ נקבל יחס $303 / 146 = 2.075342466$
 ואז קירוב לערך פאי $\Pi = 157.075342466 / 50 = 3.141506849$
 נציג בטבלה קירובי ערך פאי Π בדרכי חישוב שונות:

Approximation to Π	קירוב לערך פאי Π	תאור
Water vessel with the cojoin	3.133928571	ים של שלמה עם וא"ו החיבור
The circumference of the bounded circle within the half Tabernacle Courtyard with the cojoin קְוָה	3.14013245	המעגל החסום בבית סאה המערבי של חצר המשכן עם וא"ו
As above but dropping the last letter קָוָה	3.141506849	המעגל החסום בבית סאה המערבי של חצר המשכן בלי ה"א
Water vessel without the cojoin	3.141509434	ים של שלמה בלי וא"ו החיבור
The mathematical table	3.141592654	קירוב לערך פאי Π לפי הלוח המתמטי
The bounded circle but without the cojoin קָוָה	3.141793103	המעגל החסום בבית סאה המערבי של חצר המשכן בלי וא"ו
The ratio $22 / 7$	3.142857143	ערך פאי Π לפי היחס הידוע $22 / 7$